

D

(21224)

Roll No. |

U. G.-I Sem.

NEP-1027

U. G. Examination, Dec. 2024

MAJOR COURSE (UNDER N. E. P.)

MATHEMATICS

Differential Calculus & Integral Calculus

[Paper Code : B030101T]

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 75

Note : Attempt questions from all Sections as per instructions.

सभी खण्डों से निर्देशानुसार प्रश्न हल कीजिए ।

(2)

Section-A

खण्ड-अ

(Very Short Answer Type Questions)

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

Answer all the *five* questions. Each question carries 3 marks. Very short answer is required not exceeding 75 words. $3 \times 5 = 15$

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए । प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है । अधिकतम 75 शब्दों में अति लघु उत्तर अपेक्षित है ।

1. Define sequence with example.

अनुक्रम को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

2. State Leibnitz theorem.

लीबनिज़ प्रमेय का कथन कीजिए ।

NEP-1027

3. Define uniform continuity.
एकसमान निरंतरता को परिभाषित कीजिए।
4. State Green theorem.
ग्रीन प्रमेय का कथन कीजिए।
5. If $r = \sin ti + \cos tj + tk$, then find $\left| \frac{d^2 r}{dt^2} \right|$.

यदि $r = \sin ti + \cos tj + tk$, तब $\left| \frac{d^2 r}{dt^2} \right|$ ज्ञात कीजिए।

Section-B

खण्ड-ब

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Answer any *two* questions out of the following three questions. Each question carries $7\frac{1}{2}$ marks. Short answer is required not exceeding 200 words. $7\frac{1}{2} \times 2 = 15$

- निम्नलिखित तीन प्रश्नों में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न $7\frac{1}{2}$ अंकों का है। अधिकतम 200 शब्दों में लघु उत्तर अपेक्षित है।
6. Examine the function defined below for continuity at $x = 0$:

$$f(x) = \frac{\sin^2 ax}{x^2} \text{ for } x \neq 0, f(x) = 1 \text{ for } x = 0.$$

निम्नांकित फलन की सततता, बिन्दु $x = 0$ पर जाँच कीजिए :

$$f(x) = \frac{\sin^2 ax}{x^2} \text{ for } x \neq 0, f(x) = 1 \text{ for } x = 0.$$

7. If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, show that :
- $$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0 \text{ and } x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2 + 1) y_n = 0.$$

यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, दर्शाइए कि:

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0 \quad \text{और} \quad x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2 + 1) y_n = 0.$$

8. Prove that :

$$B(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}, \text{ where } m > 0, n > 0.$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$B(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}, \text{ जहाँ } m > 0, n > 0.$$

Section-C

खण्ड-स

(Detailed Answer Type Questions)

(विस्तृत उत्तरीय प्रश्न)

Answer any *three* questions out of the following five questions. Each question carries 15 marks. Answer is required in detail. $15 \times 3 = 45$

निम्नलिखित पाँच प्रश्नों में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

9. The series $\sum u_n$ of positive terms is convergent or divergent according as :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left\{ n \left(\frac{u_n}{u_{n+1}} - 1 \right) - 1 \right\} \log n \right] > 1 \text{ or } < 1.$$

Prove it.

धनात्मक पदों की श्रेणी $\sum u_n$ अभिसारी या अपसारी होगी यदि :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left\{ n \left(\frac{u_n}{u_{n+1}} - 1 \right) - 1 \right\} \log n \right] > 1 \text{ or } < 1.$$

सिद्ध कीजिए।

10. State and prove Roll's theorem.

रॉलस प्रमेय का कथन लिखिए तथा उसे सिद्ध कीजिए।

11. Find all the asymptotes of the curve $(x+y)^2(x+2y+2) = x+3y+2$.

वक्र $(x+y)^2(x+2y+2) = x+3y+2$ के सभी स्पर्शोन्मुख ज्ञात कीजिए।

12. Show that :

$$\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0.$$

(7)

दर्शाइए कि :

$$\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0.$$

13. Prove that :

$$\Gamma(m) \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \Gamma(2m),$$

where $m > 0$.

सिद्ध कीजिए कि :

$$\Gamma(m) \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \Gamma(2m),$$

जहाँ $m > 0$ है ।