D (Printed Pages 15)

(20321) Roll No

B.A./B.Sc.-II Year

US-4553

B.A./B.Sc. (Annual) Examination, 2021

MATHEMATICS-VI

Mechanics

(AB-228)

(Unified Syllabus)

Time : Three Hours] *[Maximum Marks :* B.A. : 34, B.Sc. : 70

Note : This paper is divided into **five Sections-A, B, C, D** and **E**. **Section-A** (Short Answer Questions) contains **one** question of **ten** parts requiring short answer. **All** these **ten** parts are **compulsory**. **Section-B, C, D** and **E** (Descriptive Answer Questions) each contains **two** questions. Attempt **one** question from each section. Answer must be descriptive.

नोट : इस प्रश्न-पत्र को **पाँच** खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। **खण्ड-अ** (लघु उत्तरीय प्रश्न) में **एक** लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके **दस** भाग हैं। ये **सभी दस** भाग **अनिवार्य** हैं। **खण्डों-ब, स, द एवं इ** (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में **दो** प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से **एक** प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

Section-A/खण्ड-अ

(Short Answer Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : This section contains **one** question of ten parts requiring short answers. Each part carries **1.4/3** marks.

नोट : इस खण्ड में **एक** प्रश्न के **दस** भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग **1.4/3** अंकों का है।

1. (a) The coordinate of a moving point at time t are given by

$x=a(2t+\sin 2t)$, $y=a(1-\cos 2t)$.

Prove that its acceleration is constant.

एक गतिशील बिन्दु के अक्षांश समय t पर $x=a(2t+\sin 2t)$ एवं $y=a(1-\cos 2t)$ है। सिद्ध करो इसका त्वरण स्थिर है।

(b) State the principle of virtual work.

आभासी कार्य के सिद्धान्त को लिखिए।

(c) The velocities of a particle along and perpendicular to the radius vector are $\lambda\pi$ and $\mu\theta$. Find the path and show that the accelerations along and perpendicular to radius vector

are $\lambda^2 r-\mu^2\theta^2/r$ and $\mu\theta(\lambda+\mu/r)$.

एक कण के रेडियस वेक्टर और उसके लम्बवत् वेग क्रमशः $\lambda\pi$ और $\mu\theta$ हैं। बिन्दु पथ ज्ञात करें तथा दर्शायें कि रेडियस वेक्टर और इसके लम्बवत् त्वरण क्रमशः $\lambda^2 r-\mu^2\theta^2/r$ तथा $\mu\theta(\lambda+\mu/r)$ हैं।

(d) A point moving in a straight line with S.H.M. has velocities v_1 and v_2 when its distances from the centre are x_1 and x_2. Show that the period of motion is $2\pi\sqrt{\left(\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}\right)}$.

एक कण सरल रेखा में सरल आवर्तन कर रहा है। जब उसकी मध्य बिन्दु से x_1 और x_2 है, तब उसका वेग v_1 तथा v_2 है। दर्शायें कि उसका आवर्त समय $2\pi\sqrt{\left(\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}\right)}$ है।

(e) Define common catenary. Find the relation between x and ψ.

साधारण केटेनरी को परिभाषित करें। x तथा ψ के बीच सम्बन्ध ज्ञात करें।

(f) Define Central Axis and write the equation of central axis.

केन्द्रीय अक्ष को परिभाषित करें तथा उसका समीकरण लिखें।

(g) State the Kepler's Law.

केपलर के नियम का कथन व्यक्त करें।

(h) Define stable and unstable equilibrium with examples.

उदाहरण सहित स्थिर एवं अस्थिर संतुलन परिभाषित करें।

(i) For the motion of a particle falling

under Gravity in a resisting medium where resistance varies as the square of the velocity. Find the relation between v and x, where 'v' is the velocity and 'x' is distance from the starting point.

एक कण जो कि रेसिसटिंग माध्यम में गुरूत्वाकर्षण बल में गति कर रहा है, जबकि माध्यम का रेसिसटेन्स गति के वर्ग में अनुपाती है, तब v तथा x में सम्बन्ध ज्ञात करें; जहाँ 'v' कण का वेग तथा x कण द्वारा तय की गयी दूरी है (starting point)।

(j) Find the null point of the plane $x+y+z=0$ for the forces system (X, Y, Z, L, M, N).

बल निकाय (X, Y, Z, L, M, N)

के लिये समतल $x+y+z=0$ का नल केन्द्र (null point) ज्ञात करें।

Sections-B, C, D and E

खण्ड-ब, स, द एवं इ

(Descriptive Answer Questions)

(विस्तृत उत्तरीय प्रश्न)

Note : Each section contains **two** questions. Attempt **one** question from each section. Each question carries **5/10** marks. Answer must be descriptive.

नोट : प्रत्येक खण्ड में **दो** प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से **एक** प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **5/10** अंकों का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

Section-B/खण्ड-ब

2. A particle moves in a plane in such a manner that its tangential and normal accelerations are always equal and its velocity varies as $\exp\left\{\tan^{-1}\left(\frac{s}{c}\right)\right\}$, where s being the length of the are of the curve measured from a fixed point on the curve.Find the path.

एक कण समतल में इस प्रकार चल रहा है कि उसके स्पर्शीय त्वरण एवं अभिलम्बीय त्वरण समान है। कण का वेग $\exp\left\{\tan^{-1}\left(\frac{s}{c}\right)\right\}$ के समानुपाती है जहाँ s चाप की लम्बाई है जो वक्र के फिक्सड बिन्दु से मापी गयी है। कण का मार्ग बताइए।

OR/अथवा

3. A light elastic string whose modulus of

elastic is λ, is stretched to double its length and tied to two fixed points AB distance 29 apart. A partical of mass m tied to its middle point and is displaced in the line of the string through a distance equal to half its distance from the fixed point and released, find the time of complete oscillation and the maximum velocity acquired in the subsequent motion.

एक हल्की इलास्टिक डोरी जिसका मॉडुलस ऑफ इलास्टीसिटी λ है, अपनी लम्बाई से दुगना खींचकर दो बिन्दुओं AB के बीच, जिनकी दूरी 29 है, बाँध दी जाती है। एक कण जिसका द्रव्यमान m है, डोरी के मध्य बिन्दु से बाँधकर डोरी की दिशा में निश्चित बिन्दु के आधी दूरी तक विस्थापित करके छोड़ दिया जाता है,

दोलन का आवर्तकाल तथा इस दौरान अधिकतम प्राप्त गति का मान ज्ञात कीजिए।

Section-C/खण्ड-स

4. A particle is placed on the outside of a smooth verticle circle. If the particle starts from the point whose angular distance is α from the highest point of the circle. Show the it will fly off the curve when $\cos\theta = \frac{2}{3}\cos\alpha$.

एक कण चिकने गोले के बाहर से उर्ध्वाधर उच्चतम बिन्दु से α वक्रीय दूरी से विस्थापित होता है। सिद्ध कीजिए कि कण गोले को छोड़ देगा जब $\cos\theta = \frac{2}{3}\cos\alpha$ हो।

5. A particle is projected upward with a velocity u, in a medium whose resistance varies as the square of the velocity, will return to the point of projection with velocity

$v_1 = \frac{uv}{\sqrt{u^2 + v^2}}$ after a time

$\frac{v}{g}\left(\tan^{-1}\frac{u}{v} + \tanh^{-1}\frac{u_1}{v}\right)$.

where v is the terminal velocity.

एक कण u गति से ऊर्ध्वाधर प्रेक्षित किया जाता है, जबकि माध्यत का प्रतिरोध गति के वर्ग में अनुपाती है, कण प्रक्षेपण बिन्दु पर गति $v_1 = \frac{uv}{\sqrt{u^2 + v^2}}$ से समय अन्तराल $\frac{v}{g}\left(\tan^{-1}\frac{u}{v} + \tanh^{-1}\frac{u_1}{v}\right)$ के बाद लौटेगा। जबकि v टर्मिनल गति है।

Section-D/खण्ड-द

6. A particle moves with a central acceleration which varies inversely as the cube of the distance. If it be projected from an apre at a distance "a" from the origin with a velocity which is $\sqrt{2}$ times the velocity for a circle of radius a show that the equation to its path is:

एक कण केन्द्रीय त्वरण, जो दूरी के घन के व्युत्क्रमानुपाती है, के अन्तर्गत गति कर रहा है। यदि इसको मूलबिन्दु से "a" दूरी तथा ऐप्स से प्रक्षेपित करते समय इसकी गति वृत्त (त्रिज्या "r") के लिए आवश्यक गति का $\sqrt{2}$ गुना है। तब दर्शाइए कि इसके पथ का समीकरण हैः

$$r\cos(\theta/\sqrt{2}) = a$$

OR/अथवा

7. A uniform string of weight w is suspended from two points at the same level and a weight w' is attached to its lowest point. If α and β are now the inclinations to the horizontal of tangent at the highest and lowest points prove that

$$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = 1 + \frac{w}{w'}.$$

एक समान डोरी जिसका भार w है यह दो बिन्दुओं से एक समान लेवल पर लटकी है। एक भार w' डोरी के सबसे निचले बिन्दु पर बन्धा है। यदि अब α और β उच्चतम और निम्नतम बिन्दु पर स्पर्श रेखा के क्षैतिज इनक्लीनेशन्स है। सिद्ध करो किः

$$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = 1 + \frac{w}{w'}$$

Section-E/खण्ड-इ

8. A body consisting of a cone and a hemisphere on the same base, seats on rough horizontal table. The hemisphere being in contact with the table, show that the greatest height of the cone so that equilibrium may be stable is $\sqrt{3}$ time the radius of the hemisphere.

एक ठोस अर्द्ध गोले के आधार पर एक गोलीय आधार वाला शंकु निर्मित है। यह अर्द्ध गोले की तरफ से रूक्ष मेज पर रखा हैं। दिखाइए कि स्थिर संतुलन हेतु शंकु की ऊँचाई, अर्द्ध गोले की त्रिज्या की $\sqrt{3}$ गुनी होनी चाहिए।

OR/अथवा

9. Forces P, Q, R act along the three lines y=b, z=-c, x=-a, z=c and x=a, y=-b respectively. Show that they will have a single result and if $\frac{a}{P} = \frac{b}{Q} = \frac{c}{R} = 0$ and that the equations to its line of action are

any two of the three:

$$\frac{y}{Q}-\frac{z}{R}-\frac{a}{P}=0, \frac{z}{R}-\frac{x}{P}-\frac{b}{Q}=0, \frac{x}{P}-\frac{y}{Q}-\frac{c}{R}=0$$

बल P, Q, R तीन रेखाओं $y=b$, $z=-c$, $z=-c$, $x=-a$ और $x=a$, $y=-b$ के अनुदिश क्रमशः लगे है। दिखाइये कि उनका परिणामी बल एक होगा यदि $\frac{a}{P}+\frac{b}{Q}+\frac{c}{R}=0$ और उसकी सरल रेखाओं का समीकरण इनमें से किन्हीं दो पर होगाः

$$\frac{y}{Q}-\frac{z}{R}-\frac{a}{P}=0, \frac{z}{R}-\frac{x}{P}-\frac{b}{Q}=0, \frac{x}{P}-\frac{y}{Q}-\frac{c}{R}=0$$