

V
(21225)
U.G.-III Sem.

Printed Pages : 4
Roll No

RE-NEP-3027

U.G. Examination, December-2025
MAJOR COURSE (UNDER N.E.P.)
MATHEMATICS
Algebra and Mathematical Methods
(B030301T)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 75

Note : Attempt all the sections as per instructions.

नोट : सभी खण्डों को निर्देशानुसार हल कीजिए।

Section-A

(खण्ड-अ)

(Very Short Answer Questions)

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt all the five questions. Each question carries 3 marks. $3 \times 5 = 15$

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

1. Show that the identity element e in a group is unique.
दिखाइये कि ग्रुप में आईडेंटिटी तत्व e अकेला होता है।
2. Show that the inverse of each element in a group is unique.
दिखाइये कि ग्रुप में प्रत्येक तत्व का विलोम अकेला होता है।

RE-NEP-3027

[P.T.O.]

(2)

3. Show that $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ does not exist.

दिखाइये कि $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ अस्तित्व में नहीं है।

4. Evaluate $L(2. e^{-3t})$
 $L(2. e^{-3t})$ का मान ज्ञात कीजिए।

5. Find $L^{-1}\left\{\frac{4}{P-2}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{4}{P-2}\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Section-B

(खण्ड-ब)

(Short Answer Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any two questions. Each question carries $7\frac{1}{2}$ marks. $2 \times 7\frac{1}{2} = 15$

नोट : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न $7\frac{1}{2}$ अंकों का है।

6. Show that the set of integers forms a group, with addition.
दिखाइये कि पूर्णाकों का समुच्चय एक धनात्मक ग्रुप है।
7. Discuss the maxima and minima of
 $u = x^3 + y^3 - 3xya$.
 $u = x^3 + y^3 - 3xya$ के उच्चिष्ठ व निम्निष्ठ बिन्दुओं की विवेचना कीजिए।

RE-NEP-3027

(3)

8. Obtain the fourier series of $f(x) = \left(\frac{\pi-x}{2}\right)$ in interval $(0, 2\pi)$.

फलन $f(x) = \left(\frac{\pi-x}{2}\right)$ जहाँ $(0, 2\pi)$ का फोरियर सीरीज़ प्राप्त कीजिए।

Section-C

(खण्ड-स)

(Detailed Answer Questions)

(विस्तृत उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any three questions. Each question carries 15 marks. $3 \times 15 = 45$

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों का है।

9. Define normal subgroups. Show that a subgroup is normal if and only if the product of two right cosets is again a right coset.
- नॉर्मल सबग्रुप परिभाषित कीजिए। दिखाइये कि एक सबग्रुप नॉर्मल होगा अगर और केवल अगर दो राइट कोसेट्स का गुणनफल भी एक राइट कोसेट होगा।
10. Show that, the set $2I$ of all even integers is a ring without unity but commutative, with addition and multiplication as two compositions.

सिद्ध कीजिए, कि सम पूर्णांकों का समुच्चय योग व गुणन के साथ कोम्यूटेटिव रिंग बिना यूनिटी के होगी।

RE-NEP-3027

[P.T.O.]

(4)

11. Expand $e^x \cdot \sin y$ in powers of x and y .

$e^x \cdot \sin y$ को x व y की घातों में विस्तार कीजिए।

12. Use Laplace Transform to solve.

$$(D + 2)^2 y = 4 \cdot e^{-2t}, y(0) = -1 \text{ and } y'(0) = 4$$

लाप्लास रूपान्तरण का प्रयोग करके हल करो।

$$(D + 2)^2 y = 4 \cdot e^{-2t}, y(0) = -1 \text{ and } y'(0) = 4$$

13. (a) Prove that :

$$\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} \times \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = 1$$

सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} \times \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = 1$$

- (b) Use convolution theorem to find

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{(p+1)(p-2)} \right\}$$

कनवोल्यूशन प्रमेय का प्रयोग करके निकालिए।

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{(p+1)(p-2)} \right\}$$

RE-NEP-3027