

D

(20425)

Roll No.

U. G.-II Sem.

NEP-2027

U. G. Examination, June 2025

MAJOR COURSE (UNDER N. E. P.)

MATHEMATICS

Matrices & Differential Equations & Geometry

[Paper Code : B030201T]

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 75

Note : Attempt questions from all Sections as per instructions.

सभी खण्डों से निर्देशानुसार प्रश्न हल कीजिए ।

(2)

Section-A

खण्ड-अ

(Very Short Answer Type Questions)

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

Answer all the *five* questions. Each question carries 3 marks. Very short answer is required. $3 \times 5 = 15$

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है। अति लघु उत्तर अपेक्षित है।

1. If:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2-3i & 3+5i \\ 2+3i & 5 & i \\ 3-5i & -i & 7 \end{bmatrix},$$

prove that A is Hermitian matrix.

यदि :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2-3i & 3+5i \\ 2+3i & 5 & i \\ 3-5i & -i & 7 \end{bmatrix},$$

सिद्ध कीजिए कि A हर्मिटियन आव्यूह है।

(3)

2. Solve :

$$x + y \left(\frac{dy}{dx} \right) = 2y.$$

हल कीजिए :

$$x + y \left(\frac{dy}{dx} \right) = 2y.$$

3. Write any differential equation whose degree is 2 and order is 3.

डिग्री 2 व ऑर्डर 3 की कोई एक अवकल समीकरण लिखिए ।

4. In a conic, prove that the sum of the reciprocal of the segments of any focal chord is constant.

सिद्ध कीजिए कि शांकव में फोकल कोर्ड के सेगमेंट्स के पारस्परिक का योग नियत होता है।

5. Find the direction cosines of the line which is equally inclined to the axis.

उस रेखा के दिशा कोसाइन निकालिए जो अक्षों के साथ बराबर कोण बनाती है।

(4)

Section-B

खण्ड-ब

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Answer any *two* questions out of the following three questions. Each question carries $7\frac{1}{2}$ marks. Short answer is required.

$$7\frac{1}{2} \times 2 = 15$$

निम्नलिखित तीन प्रश्नों में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न $7\frac{1}{2}$ अंकों का है। लघु उत्तर अपेक्षित है।

6. Find the points in which the line :

$$\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-7}{2}$$

cuts the surface $11x^2 - 5y^2 + z^2 = 0$.

रेखा :

$$\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-7}{2}$$

एवं पृष्ठ $11x^2 - 5y^2 + z^2 = 0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात कीजिए।

(5)

7. Find the inverse of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

by using E -transformations.

प्राथमिक संचालन के द्वारा आव्यूह :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

8. Find the orthogonal trajectories of

$y^2 = 4a(x + a)$, where a is the parameter.

$y^2 = 4a(x + a)$ का ऑर्थोगोनल प्रक्षेप ज्ञात कीजिए,

जहाँ a प्राचल है।

Section-C

खण्ड-स

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Answer any *three* questions out of the following five questions. Each question carries 15 marks. Answer is required in detail.

15×3=45

(6)

निम्नलिखित पाँच प्रश्नों में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

9. State and prove Cayley-Hamilton theorem.
कैली-हैमिल्टन प्रमेय का कथन कीजिए एवं सिद्ध कीजिए।

10. Solve :

$$(D^2 - 3D + 2)y = xe^x.$$

हल कीजिए :

$$(D^2 - 3D + 2)y = xe^x.$$

11. Find the equations of spheres which pass through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $x + 2y + 3z = 3$ and touch the plane $4x + 3y = 15$.

उन गोलों के समीकरण ज्ञात कीजिए जो वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $x + 2y + 3z = 3$ से गुजरते हैं एवं समतल $4x + 3y = 15$ को स्पर्श करते हैं।

(7)

12. Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ and passing through the curve $x^2 + 2y^2 + 1 = 1, z = 0$.

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका जनरेटर रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ के समानान्तर हो एवं वक्र $x^2 + 2y^2 + 1 = 1, z = 0$ से गुजरती है।

13. (i) Solve:

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = e^{-x^2}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = e^{-x^2}$$

- (ii) Solve:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = x^2y^6.$$

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = x^2y^6.$$